CRITERIOS DE DIVISIBILIDAD

- Un número es divisible por **2** si acaba en cero o cifra par.
  Ejemplos:
  38, porque acaba en 8.
  120, porque acaba en 0.

- Un número es divisible por **3** si la suma de sus cifras es un múltiplo de tres.
  Ejemplos:
  1 596, porque 1 + 5 + 9 + 6 = 21 (3 x 7)
  36 058 254 865 239,
  porque 3 + 6 + 0 + 5 + 8 +2 + 5 + 4 + 8 + 6 + 5 + 2 + 3 + 9 =
  66 repitiendo el proceso con 66: 6 + 6 = 12 (3 x 4)

- Un número es divisible por **4** si el número formado por las dos últimas cifras es 00 ó múltiplo de 4.
  Ejemplo:
  58 948, porque 48 es múltiplo de 4 (4 x 1 2)

- Un número es divisible por **5** si la última cifra es cero o cinco.
  Ejemplo:
  258 980, porque acaba en cero

- Un número es divisible por **6** si lo es por dos y por tres.
  Ejemplo:
  3 558, porque es múltiplo de 2 (acaba en 8) y 3 + 5 + 5 + 8 = 21 (3 x 7)

- Un número es divisible por **7** **c**uando la diferencia entre el número sin la cifra de las unidades y el doble de la cifra de las unidades es cero o múltiplo de siete.
  Ejemplos:
  385, porque 38 – 2 x 5 = 28 (7 x 4)
  4 886, porque 488 – 2x6 = 476, Repitiendo el proceso: 47 – 2 x 6 = 35 (7 x 5)

- Un número es divisible por **8** si las tres últimas cifras son 000 ó múltiplo de ocho.
  Ejemplo:
  205 584, porque 584 es múltiplo de 8 (8 x 7 3)

- Un número es divisible por **9** si la suma de sus cifras es múltiplo de 9.
  Ejemplos:
  243, porque 2 + 3 + 4 = 9
  9 361 845, porque 9 + 3 + 6 + 1 + 8 + 4 + 5 = 36 (9 x 4)

- Un número es divisible por **10** (2 x 5) si acaba en cero.
  Ejemplo:
  100, porque acaba en 0.

- Un número es divisible por **11** si la diferencia entre la suma de las cifras que ocupan lugar par y lugar impar es cero o múltiplo de 11. Si es un número de 2 cifras será múltiplo de 11 si esas cifras son iguales.
  Ejemplo:
  79 618, porque 7 + 6 + 8 = 21 (lugar impar), 9 + 1 = 10 (lugar par): 21 – 10 = 11

- Un número es divisible por **25** si las dos últimas cifras son 00 ó múltiplo de veinticinco.
  Ejemplo:
  875, porque 75 es múltiplo de 5 (5 x 25)

Marca con una X los números que cumplan los criterios de divisibilidad.

Número	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
4.238										
576										
2.386										
4.109										
3.522										
6.600										
64										
600										
1.831										
7.290										
27.720										

Número	2	3	4	5	6	7	8	9	11	25
675										
45.000										
2.002										
7.323										
969										
84.268										
6.500										
2.000										
14.850										
9.999										
10.100										

CÓMO AVERIGUAR SI UN NÚMERO ES PRIMO

Para averiguar si un número es primo o compuesto, se divide por la serie de números primos 2, 3, 5, 7, 11, ... hasta llegar a una división cuyo cociente sea igual o menor que el divisor. Si todas las divisiones tienen el resto distinto de cero, el número propuesto es un número primo.

Ejemplo: Vamos a ver si el número 101 es un número primo.

- 101 no es divisible por 2.
- 101 no es divisible por 3.
- 101 no es divisible por 5.

Ahora probamos por 7.

101 : 7	C = 14 R = 3	101 no es divisible por 7. Como 14 > 7, hay que seguir probando.
101 : 11	C = 9 R = 2	101 no es divisible por 11. Como 9 < 11, el número 101 es un número primo.

Averigua cuáles de los siguientes números son primos y cuáles son compuestos.

97 =	107 =	221 =	311 =
481 =	601 =	402 =	303 =
125 =	141 =	503 =	247 =
259 =	700 =	399 =	589 =
921 =	411 =	3003 =	247 =
751 =	121 =	437 =	667 =

CONJUNTO DE LOS DIVISORES DE UN NÚMERO

Para hallar los divisores naturales de un número, por ejemplo 60, se siguen estos pasos:

1.° Se descompone el número en producto de factores primos. $60 = 2^2 \times 3 \times 5$.

1.°

$$\begin{array}{r|l} 60 & 2 \\ 30 & 2 \\ 15 & 3 \\ 5 & 5 \\ 1 & \end{array}$$

$60 = 2^2 \times 3 \times 5$

2.° Se hace una tabla poniendo en la primera fila el 1 y las potencias sucesivas del primer factor primo ($2^1 = 2$; $2^2 = 4$); así se obtiene la fila A.

2.°

A	1	2	4

3.° Se multiplica cada número de la fila A por el siguiente factor primo (3); así se obtiene la fila B.

3.°

A	1	2	4
B	3	6	12

x 3

4.° Se multiplica cada número de las filas A y B por el último factor primo 5; así se obtienen las filas C y D.

4.°

A	1	2	4
B	3	6	12
C	5	10	20
D	15	30	60

x 5

x 5

El conjunto de divisores naturales de 60 es el formado por los números de las filas A, B, C y D.

Divisores de 60: $\{1, 2, 4, 3, 6, 12, 5, 10, 20, 15, 30, 60\}$

Halla los divisores naturales de cada uno de los siguientes números.

36

45

52

189

100

231

Problemas Divisibilidad

1. ¿Halla los números comprendidos entre 200 y 400 que son a la vez divisibles por 4 y 5?

2. ¿Cuáles son los números inferiores a 100 divisibles a la vez por 2, 3 y 4?

3. En un número de 3 cifras que comienza por 2 y termina por 7 se ha borrado la cifra de las decenas. Hállala, sabiendo que es divisible por 3 y por 11.

4. Una fuente situada en una plaza cambia de programa cada 450 segundos, y otra situada en una plaza cercana cambia cada 250 segundos. Si a las 9 de la mañana coinciden las dos fuentes con el mismo programa. ¿A qué hora volverán a coincidir?

5. Si se tienen dos toneles de vino, uno de 420 litros y otro de 225 litros, y se quiere envasar el vino en garrafas iguales, pero de forma que el número utilizado sea el mínimo. ¿Qué capacidad tendrá cada garrafa?

6. Una hoja de papel de 18 cm de largo y 24 cm de ancho se quiere dividir en cuadraditos iguales del mayor tamaño posible. ¿Cuántos cuadraditos saldrán?

7. Dos cometas se acercan al Sol, uno cada 100 años y otro cada 75 años. Si se han aproximado juntos al Sol en 1990. ¿Cuándo se volverán a encontrar?

8. José y María van a casa de su abuelo, el primero cada 12 días y la segunda cada 16 días. ¿Cada cuántos días coincidirán?

9. Cinco timbres tocan simultáneamente y volverán a tocar cada 6, 7, 8, 9 y 10 segundos, respectivamente. Si coinciden a las 11 de la mañana. ¿A qué hora volverán a coincidir?

10. Los soldados de un cuartel están comprendidos entre 780 y 820, y pueden formar grupos de 16, 20 y 25 sin que falte ninguno. ¿Cuántos son?

11. Una caja de naranjas contiene entre 70 y 100 unidades: Si las contamos de cuatro en cuatro o de siete en siete no sobra ninguna. ¿Cuántas naranjas hay?

12. El autobús de la línea A pasa por cierta parada cada 9 minutos y el de la línea B, cada 12 minutos. Si acaban de salir ambos a la vez. ¿Cuánto tardarán en volver a coincidir?

13. Hoy, primer día del año, dos trenes han coincidido en su salida (uno lo hace cada dos días y el otro una vez a la semana ¿Cuántas veces coincidirán durante el primer mes y en qué fechas se habrá producido?

14. La edad en años que tiene un individuo es múltiplo de dos más uno; múltiplo de siete más seis; y múltiplo de diez menos uno. ¿Qué edad tiene?

15. Una canasta está llena de huevos. Contiene un número exacto de docenas y decenas. ¿Cuántos huevos contiene, sabiendo que el número está comprendido entre 300 y 400?

16. Los cuatro nietos de Ángela visitan a su abuela cada 6, 8, 9 y 12 días, respectivamente. Hoy han coincidido los cuatro. ¿Cuándo volverán a coincidir?

17. Una tienda compra memorias USB de diferentes colores al por mayor. Para Navidad hizo un pedido extraordinario de 24 memorias rojas, 16 azules y 32 verdes. Para guardar la mercancía de forma organizada, exigió que le enviaran las memorias en cajas iguales, sin mezclar los colores y conteniendo el mayor número posible de memorias. Si se cumplen las exigencias de la tienda, ¿cuántas memorias habrá en cada caja y cuántas cajas de cada color habrá?

18. Una empresa pequeña que vende frigoríficos cuenta con tres tiendas: una en el norte, una en el sur y una en el este. Sabemos que la tienda del norte tiene 30 frigoríficos, la del sur 24 frigoríficos y la del este 36. Se quieren transportar en furgonetas que lleven el mismo número de frigoríficos, pero que sea el mayor número de unidades posible. ¿Cuántos frigoríficos debe transportar cada furgoneta? ¿Cuántos viajes habrá que realizar?

19. Dos luces del estadio local están parpadeando. Ambas acaban de parpadear al mismo tiempo. Una de las luces parpadea cada 7 segundos y la otra parpadea cada 8 segundos. ¿Cuánto tiempo pasará antes de que ambas luces vuelvan a parpadear al mismo tiempo?

20. Cierto fenómeno tiene lugar cada 45 minutos, otro cada 15, y un tercero cada 60. Si a las 5 de la tarde han coincidido los tres. ¿a qué hora volverán a coincidir y cuántas veces tiene lugar cada uno de ellos entre una y otra coincidencia?

21. En una carrera de motos, los tres primeros participantes tardan en dar una vuelta al circuito 100, 120 y 130 segundos respectivamente. Si salen a la vez y mantienen ese ritmo, ¿cuánto tiempo transcurrirá hasta que vuelvan a coincidir en la meta? ¿Cuántas vueltas habrá dado cada uno?
22. A una reunión de Unicef asisten entre 100 y 120 alumnos. Se comprueba que se pueden sentar en mesas de 4, pero si se agrupan en mesas de 5, sobra 1. ¿Cuántos asisten?
23. Tres excursionistas se llaman por el móvil para saber su situación. Eduardo lo hace aproximadamente cada 15 minutos; Marco, cada 30 minutos y Jaime, cada 45 minutos. Si acaban de comunicarse los tres, ¿¡cuándo realizarán la próxima llamada?
24. En el almacén tenemos 45 paquetes de 1 kg de arroz. Hay que meterlos en cajas que sean todas iguales sin que sobren ni falten paquetes. Calcula todas las soluciones posibles.
25. Un faro se enciende cada 18 segundos, otro cada 36 segundos y un tercero cada minuto. A las 18:30 h los tres coinciden. Averigua la hora en la que volverán a coincidir.
26. Un libro tiene entre 400 y 450 páginas. Si las contamos de 2 en 2 no sobra ninguna, si las contamos de 5 en 5 no sobra ninguna y si las contamos de 7 en 7 tampoco sobran ¿Cuántas páginas tiene el libro?
27. En una bodega hay 3 toneles de vino, cuyas capacidades son: 50 litros, 90 litros, y 120 litros. Su contenido se quiere envasar en garrafas iguales. Calcular la capacidad máxima de las garrafas para que en ellas se pueda envasar el vino de todos los toneles y el total de garrafas necesarias.
28. Juan y Pedro comen en la misma taquería, pero Juan asiste cada 20 días y Pedro cada 38. ¿Cuándo volverán a encontrarse?
29. Hallar la menor cantidad de euros que hay que repartir entre 5, 6, 9 y 13, de tal manera que en cada caso tengamos de resto 4.
30. Las edades de Manuel y la de su hija están comprendidas entre 23 y 49 años y son a la vez divisibles por 8 y 12. ¿Qué edad tiene cada uno?
31. David tiene 24 dulces para repartir y Fernando tiene 18. Si desean regalar los dulces a sus respectivos familiares de modo que todos tengan la misma cantidad y que sea la mayor posible, ¿cuántos dulces repartirán a cada persona? ¿a cuántos familiares regalará dulces cada uno de ellos?

32. Luis tiene una cuerda de 120 metros y otra de 96 metros. Desea cortarlas de modo que todos los trozos sean iguales pero lo más largos posible. ¿Cuántos trozos de cuerda obtendrá?

33. En un vecindario, un camión de helados pasa cada 8 días y un *food truck* pasa cada dos semanas. Se sabe que 15 días atrás ambos vehículos pasaron en el mismo día. Raúl cree que dentro de un mes los vehículos volverán a encontrarse y Oscar cree esto ocurrirá dentro de dos semanas. ¿Quién está en lo cierto?

34. Simón tiene una pista de carreras con dos autos. El primer auto le da una vuelta completa a la pista en 31 segundos y el segundo lo hace en 17 segundos. Carlos también tiene su pista de carreras con dos autos, pero el primero da una vuelta completa en 36 segundos y el segundo en 42 segundos. Como Carlos siempre pierde cuando juegan, propone a Simón que el ganador sea quien tenga en su pista sus dos autos situados en la meta al mismo tiempo. ¿Quién ganará?

35. En una banda compuesta por un baterista, un guitarrista, un bajista y un saxofonista, el baterista toca en lapsos de 8 tiempos, el guitarrista en 12 tiempos, el bajista en 6 tiempos y el saxofonista en 16 tiempos. Si todos empiezan al mismo tiempo, ¿en cuántos tiempos sus periodos volverán a iniciar al mismo tiempo?

36. Máximo quiere pintar una casa pequeña. Según sus cálculos, necesitará 12 litros de pintura roja, 24 litros de pintura verde y 16 litros de pintura blanca. Pero quiere comprar botes de pintura que tengan la misma cantidad de litros y que el número de botes sea el menor posible, ¿de cuántos litros debe ser cada bote y cuántos botes de cada color debe comprar Máximo?

37. Un sitio turístico en el Caribe ofrece tres diferentes cruceros: uno tarda 6 días en ir y regresar a su punto de inicio, el segundo tarda 8 días y el tercero tarda 10 días. Si los tres cruceros partieron al mismo tiempo hace 39 días, ¿cuántos días faltan para que vuelvan a partir el mismo día todos los cruceros?

38. Una empresa pequeña que vende leche cuenta con tres sucursales: una en el norte, una en el sur y una en el este. Sabemos que la sucursal del norte produce 300 botellas de leche diarios, la del sur produce 240 y la del este produce 360. Se quieren transportar estas botellas de leche en camionetas que lleven el mismo número de botellas, pero que sea el mayor número de botellas posible. ¿Cuántas botellas de leche debe transportar cada camioneta?

39. Un estudiante de Astronomía sabe que Venus le da la vuelta al Sol en 225 días y Marte en 687 días. Si sabe que la última vez que Venus, Tierra y Marte se alinearon fue hace 1805645 días, ¿en cuánto tiempo se volverán a alinear los 3 planetas en el mismo punto?

40. Un campo rectangular de 360 m de largo y 150 m de ancho, está dividido en parcelas cuadradas iguales. El área de cada una de estas parcelas cuadradas es la mayor posible. ¿Cuál es la longitud del lado de cada parcela cuadrada?

41. Andrés tiene en su tienda los botones metidos en bolsas. En la caja A tiene bolsitas de 24 botones cada una y no sobra ningún botón. En la caja B tiene bolsitas de 20 botones cada una y tampoco sobra ningún botón. El número de botones que hay en la caja A es igual que el que hay en la caja B. ¿Cuántos botones como mínimo hay en cada caja?

42. María y Jorge tienen 25 bolas blancas, 15 bolas azules y 90 bolas rojas y quieren hacer el mayor número de collares iguales sin que sobre ninguna bola.
    - ¿Cuántos collares iguales pueden hacer?
    - ¿Qué número de bolas de cada color tendrá cada collar?

43. Hallar el menor número que al ser dividido por 3 dé como resto 1, por 5 dé 3, por 9 dé 7 y por 12 dé 10.

44. Teresa tiene un reloj que da una señal cada 60 minutos, otro reloj que da una señal cada 150 minutos y un tercero que da una señal cada 360 minutos. A las 9 de la mañana los tres relojes han coincidido en dar la señal.

    - ¿Cuántas horas, como mínimo, han de pasar para que vuelvan a coincidir?
    - ¿A qué hora volverán a dar la señal otra vez juntos?

45. Juan tiene que poner un rodapié de madera a dos paredes de 12 m y 9 m de longitud. Para ello ha averiguado la longitud del mayor listón de madera que cabe en un número exacto de veces en cada pared. ¿Cuál será la longitud de este listón?

46. Marcos quiere instalar en su jardín tres diferentes tomas de agua automáticas para regar. La primera toma se abrirá cada 6 horas, la segunda lo hará cada 8 horas y la tercera, cada 14 horas. Si la primera vez que inicia el contador es al mediodía, ¿cuántas veces al mes empezarán todas las tomas a regar al mismo tiempo?

47. Se desean repartir 180 libros, 240 juguetes y 360 chocolatines entre un cierto número de niños, de tal modo que cada uno reciba un número exacto de cada uno de esos artículos. ¿Calcula el mayor número de niños que pueden beneficiarse así y la cantidad que reciben de cada artículo?

48. En un club de atletismo se han inscrito 18 chicos y 24 chicas. ¿Cuántos equipos se pueden hacer teniendo en cuenta que debe haber en todos el mismo número de chicos y chicas y el máximo número de equipos que sea posible?